

《27.2 相似三角形》教学设计

27.2.1 相似三角形的判定

第1课时 平行线分线段成比例

教材分析

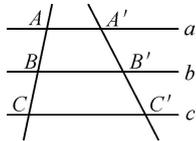
《相似三角形的判定》是在学生认识相似图形，了解相似多边形的性质及判定的基础上进行学习的，是本章的重点内容. 本课时首先利用“如果两个多边形满足对应角相等，对应边的比相等，那么这两个多边形相似.”引出两个三角形相似的定义(即三个角分别相等，三条边成比例的两个三角形相似)，然后引导学生思考类比全等三角形的判定方法，对于相似三角形是否存在较为简便的方法. 接下来教材编写者通过一个“探究”，由学生动手测量来探究得到平行线分线段成比例的基本事实(三条平行线截两条直线，所得的对应线段的比相等)，继而将其应用于三角形中，得到“平行于三角形一边的直线截其他两边(或两边的延长线)，所得的对应线段成比例.”这一基本事实的推论，是进一步学习相似三角形判定的预备定理的基础.

备课素材

一、新知导入

【置疑导入】 (1) 如图，一组等距离的平行线截直线 AC 所得到的线段相等，那么在直线 $A'C'$ 上所截得的线段有什么关系呢？

(2) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ ，猜想 $\frac{A'B'}{B'C'}$ 的值是多少.



【说明与建议】 说明：让学生通过试验来体会“如果一组平行线在一条直线上截得的线段相等，那么这组平行线在其他直线上截得的线段也相等”的数学事实，以此来为平行线分线段成比例的基本事实做铺垫. 通过生活中的一个实例激发学生探究知识的欲望. 建议：用印有等距离平行线的作业纸和刻度尺做试验：(1)画一条与这组平行线垂直的直线 l_1 ，则直线 l_1 被这组平行线截得的线段相等吗？为什么？(2)任意画一条与这组平行线相交的直线 l_2 ，量一量直线 l_2 被这组平行线截得的线段是否相等.

【类比导入】 (1) 如果两个三角形的形状和大小都相同，那么这两个三角形是全等三角形.

(2) 如果两个多边形的边数相同，它们的角分别相等，对应边成比例，那么这两个多边形是相似多边形.

(3) 类比全等三角形和相似多边形的定义，你能说出什么叫相似三角形吗？如何表示相似三角形呢？又如何判定两个三角形相似呢？

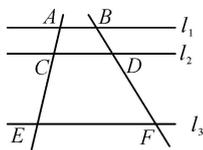
【说明与建议】 说明：通过对全等三角形的定义和判定方法的回顾，加强新旧知识的联系和延伸，类比旧知识的学习方法、数学思想来学习新知识. 建议：让学生明确可类比全等三角形对应边、对应角的关系来寻找相似三角形中的对应元素：(1)对顶角一定是对应角. (2)公共角一定是对应角. (3)最大角或最小角一定是

对应角. (4) 对应角所对的边一定是对应边. (5) 对应边所对的角一定是对应角. (6) 对应边所夹的角一定是对应角.

二、命题热点

命题角度 1 利用平行线分线段成比例的基本事实及推论进行计算或推理

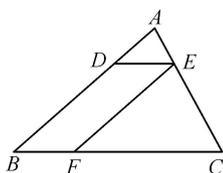
1. 如图, 已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 下列比例式中错误的是 (D)



- A. $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$ B. $\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF}$ C. $\frac{CE}{AE} = \frac{DF}{BF}$ D. $\frac{AE}{CE} = \frac{BD}{BF}$

命题角度 2 多次应用平行线分线段成比例的相关结论进行计算或推理

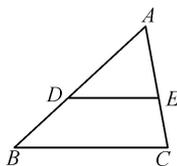
2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在 AB, AC, BC 边上, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, 则下列式子一定正确的是 (B)



- A. $\frac{AD}{DB} = \frac{DE}{BC}$ B. $\frac{AD}{DB} = \frac{BF}{FC}$ C. $\frac{AD}{DB} = \frac{FC}{BF}$ D. $\frac{AD}{DB} = \frac{FC}{BC}$

命题角度 3 利用三角形相似的预备定理判定相似三角形

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 若 $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{5}$, 则 $\frac{AE}{CE}$ 的值为 (C)

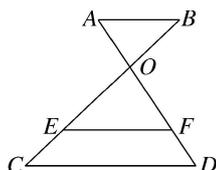


- A. 3 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{3}$

4. 如图, 已知 $AB \parallel EF \parallel CD$, AD 与 BC 相交于点 O.

(1) 如果 $CE=3$, $EB=9$, $DF=2$, 求 AD 的长;

(2) 如果 $BO:OE:EC=2:4:3$, $AB=3$, 求 CD 的长.



解: (1) AD 的长是 8. (2) CD 的长是 10.5.

教学设计

课题	27.2.1 第 1 课时 平行线分线段成比例	授课人	
----	-------------------------	-----	--

素养目标	1. 了解相似比的定义. 2. 掌握平行线分线段成比例定理的基本事实以及利用平行线法判定三角形相似. 3. 会用平行线分线段成比例定理及平行线法判定三角形相似来解决问题. 4. 通过探索平行线分线段成比例这个基本事实的过程, 进一步熟悉由特殊到一般的数学思想, 能把一个稍复杂的图形分成几个基本图形, 锻炼识图能力和推理论证能力.		
教学重点	平行线分线段成比例的基本事实及其推论的理解.		
教学难点	平行线分线段成比例的基本事实及其推论的灵活应用, 平行线分线段成比例的基本事实的变形.		
授课类型	新授课	课时	

教学活动

教学步骤	师生活动	设计意图
回顾	<p>问题 1: 根据所学相似多边形的知识, 你能给出相似三角形的定义吗?</p> <p>问题 2: 如果相似比为 1, 那么这两个三角形有什么关系?</p> <p>问题 3: 判定三角形全等, 我们并不是验证六个条件, 而是利用了几个简便的判定定理, 那么判定三角形相似我们又能找到哪些简便的方法呢?</p>	<p>问题 1 引导学生回顾旧知得出相似三角形的定义及写法. 问题 2、3 让学生理解全等是相似的特殊情况, 类比三角形全等的判定方法为我们探索三角形相似的判定方法提供方向指导.</p>
活动一: 创设情境、导入新课	<p>【课堂引入】</p> <p>问题: 如图, 一组等距离的平行线截直线 a 所得到的线段相等, 那么在直线 b 上所截得的线段有什么关系呢?</p> <div data-bbox="662 1668 845 1848" style="text-align: center;"> </div> <p>引导学生回答问题后, 教师做如下总结:</p> <p>一组等距离的平行线在直线 a 上所截得的线段相等, 那么在直线 b 上所截得的线段也相等.</p>	<p>通过展示问题, 由浅入深, 循序渐进, 为学习新知做铺垫.</p>

以上结论是平行线等分线段的基本事实，讨论的是平行线截得线段相等的情况，如果截得的线段不相等呢？

【探究新知】

1. 探究平行线分线段成比例的基本事实

教师提出问题，学生讨论问题：

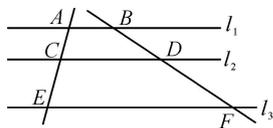


图 1

如图 1，三条平行直线 l_1, l_2, l_3 在直线 AE 上截得的线段 AC, CE 的长度之间存在着什么关系呢？同样在直线 BF 上截得的线段 BD, DF 的长度之间存在着什么关系呢？

教师指导学生利用刻度尺先测量线段的长度，然后寻找线段 AC, CE, BD, DF 之间是否存在比例关系，实际验证后可以得到如下结论：

由 $l_1 // l_2 // l_3$, $\frac{AC}{CE} = \frac{2}{3}$, $\frac{BD}{DF} = \frac{2}{3}$, 可得 $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF} = \frac{2}{3}$.

仿照上例分析，可得结论：由 $l_1 // l_2 // l_3$, 可得 $\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF} = \frac{2}{5}$.

教师引导学生初步总结出平行线分线段成比例的基本事实，然后师生共同进行推理论证。

师生共同归纳得出基本事实，教师板书基本事实。

平行线分线段成比例的基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。

2. 探究平行线分线段成比例基本事实的推论

教师将图 1 中的某些直线进行平移变换，使其出现图 2、图 3 所示的位置关系，对学生提出问题：

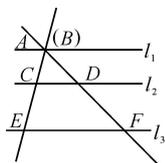


图 2

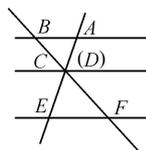


图 3

根据基本事实补全下列比例式：

由图 2，得 $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$, $\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF}$, $\frac{CE}{AE} = \frac{DF}{BF}$;

由图 3，得 $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$, $\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF}$, $\frac{CE}{AE} = \frac{DF}{BF}$.

1. 本环节的主要任务是推理得出平行线分线段成比例的基本事实，其中运用了先猜想、再测量、最后论证的方法，用语言把平行线分线段成比例的基本事实进行总结，使结论的得出有一定的层次性，也使学生在认识问题、理解问题时确定了一种思想方法。

2. 本环节是对平行线分线段成比例的基本事实的变式与延伸，这部分内容将在以后的学习和应用中起到重要的指导作用，所以在探究、总结、应用的过程中，一定要注意知识的重要性，要使每一个学生都有深刻的理解与记忆。

活动二：实践探究、交流新知

解答本题应关注线段之间的对应关系，列比例式时上与下的对应关系应展现在同一条直线上，同时教师应利用比例的基本性质，指导学生对比比例式进行变形训练，进而总结出平行线分线段成比例的位置规律，如 $\frac{\text{上}}{\text{下}} = \frac{\text{上}}{\text{下}}$ ， $\frac{\text{上}}{\text{全}} = \frac{\text{上}}{\text{全}}$ ， $\frac{\text{下}}{\text{全}} = \frac{\text{下}}{\text{全}}$ 等。

教师对于图形作进一步变化：对于以上两个练习，只保留如图4所示的部分，那么就可以得到两个三角形对应边成比例的式子，可以得到什么结论呢？

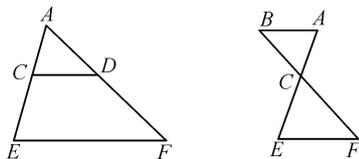


图4

教师在由一般到特殊的演化过程中，将平行线分线段成比例的基本事实延伸到三角形中，当三角形中出现平行线时，使三角形的各边之间存在比例关系。

教师指导学生总结平行线分线段成比例的基本事实的推论：平行于三角形一边的直线截其他两边(或两边的延长线)，所得的对应线段成比例。

3. 探究三角形相似的预备定理

教师提出问题，学生组内讨论解答，教师适时指导：

如图5，在 $\triangle ABC$ 中，D为AB上任意一点，过点D作 $DE \parallel BC$ 交AC于点E。

- (1) $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的三个角分别相等吗？
- (2) 分别度量 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的边长，它们的边长是否对应成比例？

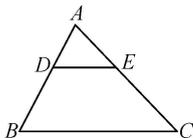


图5

(3) $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 之间有什么关系？平行移动DE的位置，你的结论还成立吗？

思考：当 $DE \parallel BC$ 时， $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，可以用什么语言来概括呢？你能进行证明吗？

总结判定三角形相似的预备定理：平行于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似。

思考：一条直线截三角形两边延长线所得三角形与原三角形相似吗？请对比图

6、图7两个图形，分析其中的联系与区别。

3. 学生经历观察、猜想、动手实践、总结归纳、实践应用等环节，在学习知识的过程中循序渐进，符合学生的认知规律和思维模式。通过对相似三角形的基本图形的对比理解，更能加深印象。

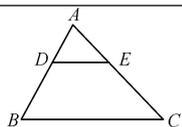


图 6

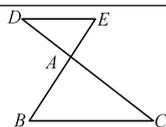
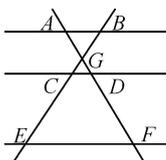


图 7

【典型例题】

例 (教材第 31 页练习第 1 题)如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, AF 与 BE 相交于点 G , 且 $AG = 2$, $GD = 1$, $DF = 5$, 求 $\frac{BC}{CE}$ 的值.



解: $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

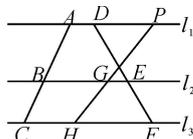
$$\therefore \frac{BC}{CE} = \frac{AD}{DF}.$$

又 $AD = AG + GD = 3$, $DF = 5$,

$$\therefore \frac{BC}{CE} = \frac{3}{5}.$$

【变式训练】

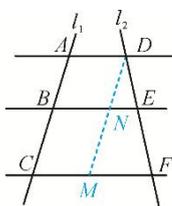
1. 如图, 若 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 则 $\frac{AB}{AC} = \frac{(PG)}{PH} = \frac{DE}{(DF)}$.



2. 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1, l_2 于点 A, B, C 和点 D, E, F , 且 $AB = 6$, $BC = 8$.

(1) 求 $\frac{DE}{DF}$ 的值;

(2) 当 $AD = 5$, $CF = 19$ 时, 求 BE 的长.



解: (1) $\because AD \parallel BE \parallel CF$, $\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{6+8} = \frac{3}{7}$.

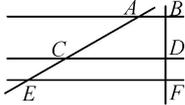
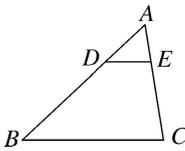
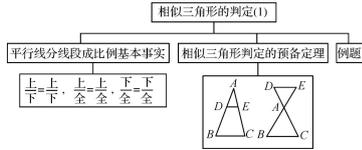
(2) 过 D 点作 $DM \parallel AC$ 交 CF 于 M , 交 BE 于 N , 求出 $MF = 14$.

$$\because NE \parallel MF, \therefore \frac{NE}{MF} = \frac{DE}{DF} = \frac{3}{7},$$

$$\therefore NE = \frac{3}{7}MF = \frac{3}{7} \times 14 = 6.$$

活动三: 开放训练、体现应用

本环节所设置的例题和变式非常具有代表性,既考查了平行线分线段成比例基本事实的内容及其推论,又灵活地运用转化思想实现了运用“中间比”的性质,不仅发展了学生的思维能力,还拓宽了学生的思路和视野.

	$\therefore BE = BN + NE = 5 + 6 = 11.$	
活动四：课堂检测	<p>【课堂检测】</p> <p>1. 如图，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$，若 $AC=6$，$CE=2$，$BD=3$，则 BF 的长为(C)</p> <p>A. 6 B. 5.5 C. 4 D. 4.5</p>  <p style="text-align: center;">第 1 题图</p> <p>2. 如图所示，已知 $\triangle ABC$ 中，$DE \parallel BC$，$AD=2$，$BD=5$，$AC=5$，求 AE 的长.</p>  <p style="text-align: center;">第 2 题图</p> <p>提示：根据 $DE \parallel BC$ 得到 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$，然后根据比例的性质可计算出 AE 的长为 $\frac{10}{7}$.</p>	<p>通过设置课堂检测，进一步巩固所学新知，同时检测学习效果，做到“堂堂清”。</p>
课堂小结	<p>1. 课堂小结：</p> <p>(1) 平行线分线段成比例的基本事实是什么？推论是什么？易错点是什么？</p> <p>(2) 目前我们有什么方法判定两个三角形相似？</p> <p>(3) 本课两个重要的结论在探索中主要运用了哪些数学思想方法？</p> <p>教学说明：梳理本节课的重要方法和知识点，加深对本节课知识的理解。让学生在总结的过程中理清思路、整理经验，对本节课所学的知识结构有一个清晰的认识，再通过排忧解难让学生对知识形成正向迁移，从而构建出合理的知识体系，养成良好的学习习惯。</p> <p>2. 布置作业：</p> <p>教材第 42 页习题 27.2 第 4，5 题.</p>	<p>注重课堂小结，激发学生参与的主动性，为每一个学生的发展与表现创造机会。</p>
板书设计	<p style="text-align: center;">27.2.1 相似三角形的判定</p> <p style="text-align: center;">第 1 课时 平行线分线段成比例</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>1. 相似三角形的定义及有关概念.</p> <p>2. 平行线分线段成比例定理及推论.</p> <p>3. 相似三角形判定的预备定理.</p>	<p>提纲挈领，重点突出.</p>

教学反思	<p>因为这部分内容与全等三角形有着密切的关系，所以这节课我主要是让学生采用类比的方法进行讲解。前面已经讲了两个判定，学生有了一定的经验与探索能力，所以本节课我以学生自主探究为主，只在关键处进行点拨。利用学生自制教具，先让学生观察，再猜想命题，然后实际操作验证命题，最后再证明命题。经过观察—猜想—验证—证明的全过程，用直观操作和逻辑推理相结合的方式研究几何图形，培养学生严谨的学习态度，同时也培养了学生探索能力。虽然这个命题的证明方法比较困难，但是在前面证明相似三角形的其他判定定理时已经使用过，所以课堂上我做了点拨，让学生去证明这个命题。从课后作业情况看出学生对这节课的知识总体掌握的较好。</p>	反思教学过程和教师表现，进一步提升操作流程和自身素质.
-------------	---	-----------------------------

